

مدل سازی احتراق ابرذرات پیش مخلوط در شعله های جریان متقابل

مهدی بیدآبادی^۱، علی اسماعیل نژاد^{۲*}

آزمایشگاه تحقیقاتی سوخت و احتراق، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

(* نویسنده مخاطب: aliesmaeilnejad@iust.ac.ir)

چکیده

در این مقاله رفتار شعله ذرات فرار لایکوپودیم در هندسه جریان متقابل به صورت تحلیلی مورد مطالعه قرار گرفته شده است. در این بررسی فرض شده است که ذرات جامد به صورت یکنواخت درون یک مخلوط گازی پراکنده شده و پس از طی یک مرحله پیش گرم اولیه وارد ناحیه دوم به منظور گرفته شدن رطوبت می شوند و در ادامه پس از عبور از مرحله پیش گرم دوم، مواد فرار شروع به تبخیر می کنند تا یک سوخت گازی با ساختار شیمیایی معین تولید کنند و پس از آن وارد فرآیند احتراق می شوند. در این مطالعه اثر کمیت های مختلف همچون چند مرحله ای بودن ناحیه پیش گرم شامل اثرات پیش گرمایش، اثرات رطوبت و تبخیر ذره و همچنین عدد لوئیس در ساختار شعله جریان متقابل مورد بررسی واقع گردیده است.

واژه های کلیدی: احتراق ابر ذرات - شعله جریان متقابل - پیش مخلوط - زیر نواحی پیش گرم.

۱- مقدمه

در طول دهه های گذشته، پیکربندی جریان متقابل به عنوان ابزاری به منظور بررسی اثرات فیزیکی مختلف همچون اثرات نرخ کرنش جریان، نفوذ، تشعشع و واکنش شیمیایی در مطالعات عددی، تجربی و تحلیلی مورد توجه بوده است. مثال هایی گواه بر این امر شامل مطالعات یک بعدی شعله های دوقلو برای تعیین حد اشتعال پذیری و بررسی دوبعدی شعله های لبه ای پیش مخلوط در این نوع پیکربندی از جریان می باشد [۱-۵].

از سوی دیگر برهم کنش های دینامیکی، حرارتی و شیمیایی بین فاز ذرات جامد سوخت و فاز گازی شکل بسیار پیچیده بوده که این پیچیدگی شامل غیریکنواختی توزیع فاز جامد سوخت، اختلاف سرعت دوفاز و ظهور سایر نیروها و وجود مشکلات انجام آزمایشگاهی به دلیل رسوب ذرات در حضور میدان گرانش می باشند. برای کاهش این پیچیدگی، اصول جریان های ابرذرات می تواند در یک هندسه جریان خاص همچون پیکربندی جریان متقابل به عنوان جریان ایستایی که در آن پارامترهای دینامیکی، شیمیایی و حرارتی به گونه ای نظام مند و مستقل از هم تغییر می کنند، به کار برده شود. اهمیت استفاده از جریان متقابل برای مطالعه دوفازی همچون اسپری مواد فرار در مطالعات گذشته [۶] مورد بررسی واقع شده است.

مطالعات احتراق ابرذرات در اکسیدکننده گازی شکل دارای اهمیت های عملی و پایه ای می باشند که تئوری انتشار شعله ابر ذرات در شرایط توزیع یکنواخت و بدون در نظر گرفتن نیروی گرانش برای مدت ها مورد مطالعه قرار گرفته است [۷] که از جمله آنها می توان به آزمایشات صورت گرفته در مرکز تحقیقات لوئیس ناسا اشاره کرد که در آن به تعیین ساختار شعله های

- استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران
۲- دانشجوی دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران

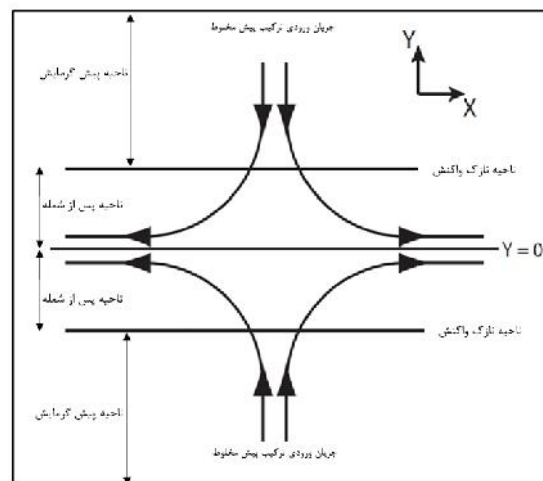
پیش‌آمیخته و سرعت سوزش آنها در مخلوط قابل احتراق ذرات لایکوپودیم و هوا تحت شرایط گرانش کاهیده ($g = 0.01g_0$) پرداخته شده است.

سشادری و همکارانش [۸] در سال ۱۹۹۲ ساختار شعله آرام، یک بعدی و پایا برای ابر پیش مخلوط ذرات که حاوی مواد فرار است و در بستری از اکسیدکننده هوا محترق می‌شود، مورد بررسی قرار داد. مواد فرار ابتدا از ذرات جامد جدا شده و در فاز گازی به صورت گاز متان وارد واکنش شدند. ساختار شعله در این مدل به سه قسمت تقسیم شد: ناحیه پیش گرم، ناحیه واکنش و ناحیه پس از شعله. در نهایت پارامترهای مهم شعله نظیر سرعت سوزش و دمای احتراق در این مطالعه تعیین گردید. در این کار برای راحتی حل مدل تحلیلی ارائه شده، عدد لوئیس واحد در نظر گرفته شد و نتایج برای یک عدد زدویچ بالا ارائه گردید. نکته قابل توجه این کار این است که سرعت سوزش محاسبه شده توسط سشادری و همکارانش نسبت به داده‌های آزمایشگاهی محاسبه شده توسط میسن و ویلسن [۹] مقدار پایینی دارند. در حالی که مدل تحلیلی ارائه شده توسط سشادری و همکارانش برای ابر ذرات لایکوپودیم را می‌توان اولین مدل تحلیلی معرفی شده دانست.

هدف اصلی این مقاله ارائه مدل تحلیلی احتراق ابر ذرات در هندسه جریان متقابل و همچنین شناسایی و حل مشکلات مربوط به آن می‌باشد. هدف دوم از بیان این مسئله فراهم نمودن یک توصیف تحلیلی برای بررسی اثرات عدد لوئیس و دمای آغاز فرآیند تبخیر در جریان متقابل ابر ذرات، تعیین توزیع کسر جرمی مواد واکنش دهنده در ناحیه پیش گرم و بررسی ساختار شعله در این نوع از هندسه جریان با حضور ابر ذرات جامد می‌باشد. در این مقاله اثر چند ناحیه‌ای کردن ناحیه پیش گرم در احتراق ابرذرات بر روی شعله‌های پیش‌مخلوط کشیده شده (Strained) به صورت تحلیلی بررسی شده است. همچنین معادلات دیفرانسیل مربوط به این سیستم مورد مطالعه که شامل دو جزء هوا و سوخت گازی ناشی از تبخیر ذرات ریز جامد لایکوپودیم می‌باشند، در ناحیه پیش گرم که نرخ واکنش شیمیایی بسیار کوچک است و به چهار زیر ناحیه تقسیم شده است، به طور تحلیلی برای پیکربندی جریان متقابل مورد بررسی واقع شده است.

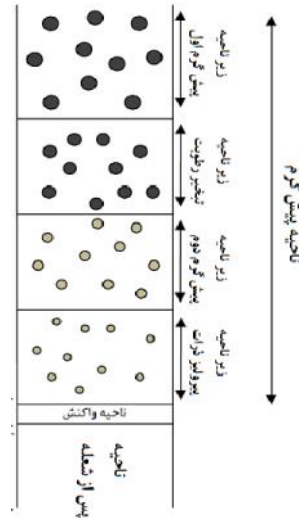
۲- مدل سازی

شکل (۱) پیکربندی احتراق جریان متقابل ذرات لایکوپودیم را با فرض پیش مخلوط بودن ذرات لایکوپودیم و اکسید کننده شامل شعله دو گانه صفحه ای را نشان می‌دهد.



شکل ۱- پیکربندی متقارن جریان متقابل و شعله های پیش مخلوط صفحه ای دوگانه

در این بررسی فرض شده است ساختار شعله به سه بخش کلی؛ ناحیه پیش گرم، ناحیه شعله یا واکنش و ناحیه پس از شعله تقسیم بندی شده است. ضمن اینکه ناحیه پیش گرم مطابق شکل (۲) خود به چهار زیر ناحیه؛ پیش گرم اول، تبخیر رطوبت ذره، پیش گرم دوم و زیر ناحیه پیرولیز ذرات (تبخیر مواد فرار ذره) تقسیم می شود.



شکل ۲- زیر ناحیه های ساختار شعله جریان متقابل در نیمه بالایی هندسه متقارن ($\gamma > 0$)

ساختار شعله شامل یک ناحیه پیش گرم که در آن نرخ واکنش شیمیایی کوچک است، یک ناحیه واکنش که در آن ترم جابه جایی و نرخ تبخیر در مقایسه با ترم های دیگر قابل صرف نظر کردن هستند و یک ناحیه پس از شعله که در آن نرخ واکنش و نرخ تبخیر در مقایسه با سایر ترم ها ناچیز فرض می شود، می باشد [۵ و ۶]. فرض دیگر اعمال شده ناچیز بودن نیروهای خارجی اعم از نیروی گرانش است. مدل در نظر گرفته شده به صورت پایا بوده و تعداد اولیه ذرات، n_{ii} (تعداد ذرات در واحد حجم) و شعاع اولیه آنها، r_{ii} ، معلوم فرض شده است. از نفوذ ناشی از گرادیان فشار نیز صرف نظر شده است. فرض دیگر به کار گرفته شده برابر بودن سرعت ذرات و گاز است. همچنین نسبت $\frac{n_s}{\rho}$ ثابت فرض شده است که در این رابطه ρ چگالی مخلوط گاز و ذرات سوخت است. عدد ماخ نیز کوچک و میزان ضریب هدایت حرارتی ثابت فرض شده و میزان ضریب پخش جرمی متناسب با دما می باشد. نرخ تبخیر مواد فرار از ذره (جرم سوخت گازی تولید شده در واحد حجم و واحد زمان) و همچنین نرخ خشک شدن رطوبت موجود در ذره به صورت زیر تخمین زده می شود [۸]:

$$w_{vap} = An_s 4\pi r^2 T^n \quad (1)$$

$$w_{dry} = Bn_s 4\pi r^2 T^n \quad (2)$$

که در این رابطه A ، B و n ثابت هایی هستند که فرض می شود معلوم هستند و T دمای گاز است. برای ساده سازی فرض شده است که گاز و ذرات جامد همدمما هستند. برای بررسی اثر برگشت پذیری شیمیایی به ساده ترین صورت آن، یک واکنش برگشت پذیر به صورت زیر برای سوخت گازی در نظر گرفته شده است:

$$F \rightleftharpoons P + q \quad (3)$$

که در آن F ، P و q به ترتیب بیانگر سوخت، محصولات و گرمای واکنش هستند. نرخ کلی واکنش F در جهت رفت و برگشت از قانون آرنهئوس (Arrhenius) پیروی می کنند که به صورت زیر بیان می شوند:

$$\omega_F = \rho Y_F B e^{-E/RT} - \rho Y_P B' e^{-E'/RT} \quad (4)$$

که در فرمول فوق $\omega_F, Y_F, R, T, B, E, B', E'$ به ترتیب بیانگر چگالی، کسر جرمی سوخت، کسر جرمی محصولات، ثابت جهانی گاز، دما، ضریب نمایی سوخت (Pre-exponential factor) و انرژی فعالسازی واکنش رفت و ضریب نمایی محصولات و انرژی فعالسازی واکنش برگشت می باشند.

۱-۲- معادلات حاکم

با فرض نرخ کرنش کوچک برای جریان های ورودی پیش مخلوط، معادله کسر جرمی سوخت و محصولات احتراق در فاز گازی به صورت یک بعدی در جهت Y قابل بیان است که در آن میدان سرعت جریان به شکل $v_Y = -aY$ می باشد که a بیانگر نرخ کرنش جریان و Y فاصله از صفحه سکون می باشد:

$$-aY \frac{dY_F}{dY} = D_F \frac{d^2 Y_F}{dY^2} - \frac{\omega_F}{\rho} + \frac{\omega_{vap}}{\rho} \quad (5)$$

$$-aY \frac{dY_P}{dY} = D_P \frac{d^2 Y_P}{dY^2} + \frac{\omega_F}{\rho} \quad (6)$$

اگر از نفوذ ذرات جامد صرف نظر شود، با توجه به اینکه فرض شد ذرات جامد واکنش نمی دهند، معادله بقاء جرم جزئی ذرات جامد همانند معادله بقاء جرم سوخت در فاز گازی به دست می آید. تنها ترم های نفوذ و واکنش حذف می شوند و علامت ترم تبخیر تغییر می کند. همچنین در این بخش اثرات رطوبت ذره ناشی از اثرات چند ناحیه ای شدن ناحیه پیش گرم که موجب کاهش کسر جرمی فاز جامد می شود، با اعمال معادلات مربوطه مورد بررسی واقع می گردد. بنابراین معادله بقاء جرم جزئی ذرات جامد به فرم زیر به دست می آید:

$$-aY \frac{dY_s}{dY} = -\frac{\omega_{vap}}{\rho} - \frac{\omega_{dry}}{\rho} \quad (7)$$

معادله انرژی در فاز گاز به صورت زیر خواهد بود:

$$-aY \frac{dT}{dY} = D_T \frac{d^2 T}{dY^2} + \omega_F \frac{Q}{\rho C} - \omega_{vap} \frac{Q_{vap}}{\rho C} - \omega_{dry} \frac{Q_{dry}}{\rho} \quad (8)$$

که در معادلات فوق D_F, D_P, D_T به ترتیب ضرایب نفوذ جرمی سوخت، محصولات و نفوذ حرارتی می باشند. همچنین در معادلات مربوطه، اثرات رطوبت ذره و تبخیر مواد فرار موجود در سوخت، از طریق وارد شدن ترم های Q_{dry} و Q_{vap} در معادلات انرژی قابل بررسی می باشند. خاطر نشان می سازد معادلات مربوط به اثرات رطوبت ذره و تبخیر مواد فرار موجود در ذره تنها در معادله انرژی ظاهر خواهند شد. در عبارات بالا C ظرفیت حرارتی است و ترکیبی از ظرفیت حرارتی گاز، C_p و ظرفیت حرارتی ذرات جامد، C_s ، است و می توان آن را از طریق عبارت زیر تعیین نمود [۸]:

$$C = C_p + \frac{4\pi r_p^3 C_s \rho_s n_s}{3\rho} \quad (9)$$

که در رابطه (۹)، ρ_s چگالی ذره جامد است و فرض می شود که ثابت باقی می ماند. با توجه به شرایط مسئله، پیکربندی حول صفحه $Y = 0$ تقارن داشته و تنها نیازمند حل مسئله برای $Y > 0$ با شرایط مرزی زیر می باشد:

$$Y \quad T = T_u, Y_F = 0, Y_P = 0, Y_S = Y_{su} \quad (10)$$

$$at Y = 0 \quad \frac{dT}{dY} = \frac{dY_F}{dY} = \frac{dY_P}{dY} = 0 \quad (11)$$

۲-۲- بی بعد سازی معادلات

پارامترهای بی بعد در این مقاله به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\theta = \frac{T - T_u}{T_e - T_u}, Y_F = \frac{Y_F - Y_{Fe}}{Y_{FC}}, Y_S = \frac{Y_S}{Y_{FC}}, Y_P = \frac{Y_P}{Y_{FC}}, y = \frac{Y}{L} \quad (12)$$

که T_e و Y_{FC} مقادیر متناظر با تعادل شیمیایی داده شده با معادلات زیر هستند:

$$Y_{FC} = Y_{Fu} - Y_{Fe} \quad (13)$$

کمیت Y_{FC} به گونه ای انتخاب شده است که:

$$Y_{FC} Q = C T_e - T_u = (Y_{Fu} - Y_{Fe}) Q \quad (14)$$

$$\rho Y_{Fe} B e^{-E'/RT_e} - \rho Y_{FC} B' e^{-E'/RT_e} = 0 \quad (15)$$

اندیس e بیانگر حالت تعادل واکنش شیمیایی مطابق روابط (۱۴) و (۱۵) و اندیس u بیانگر حالت جریان پیش مخلوط سوخته در بخش ورودی می باشد. همچنین این مقادیر متناظر با تعادل در گاز سوخته شده در یک شعله پیش مخلوط غیر کشیده شده صفحه ای می باشد که سرعت انتشار (سرعت شعله آرام) آن به صورت رابطه زیر است [۶]:

$$S_L = \left[\frac{2 Le_F + re^{-\alpha\psi} Le_P + \alpha^2 \psi}{\beta^2} D_T B e^{-E'/RT_e} \right]^{1/2} \quad (16)$$

در معادله (۱۲)، L ضخامت لایه اختلاط به صورت زیر تعریف می شود [۶]:

$$L = \frac{2D_T}{a} \quad (17)$$

که a نرخ کرنش (کشیدگی) مطابق میدان سرعت در نظر گرفته شده ($v_y = -aY$) می باشد. همچنین پارامترهای روابط فوق عبارتند از:

$$\alpha = T_e - T_u, \psi = (E' - E) R T_e - T_u, r = B/B \quad (18)$$

عدد زدویچ (Zeldovich number) مربوط به انرژی فعالسازی بی بعد شده واکنش رفت:

$$\beta = E(T_e - T_u)/RT_e^2 \quad (19)$$

متغیر s را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$Y_S = \frac{Y_S}{Y_{FC}} = \frac{n_s 4\pi r^3 \rho_s}{3\rho Y_{FC}} \quad (20)$$

همانطور که بیان شد فرض شده است که $\frac{n_s}{\rho}$ مقداری ثابت است، در نتیجه:

$$\frac{n_s}{\rho} = \frac{nu}{\rho u} \quad (21)$$

با جایگذاری r از معادله (۲۰) و استفاده از روابط (۱۲) تا (۲۱) و جایگذاری در روابط معادلات بقاء (۵)، (۶)، (۷) و (۸):

$$-2y \frac{dy_F}{dy} = \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dy^2} - \omega \epsilon^{-2} + \gamma_1 y_s^{\frac{2}{3}} \theta^n \quad (22)$$

$$-2y \frac{dy_P}{dy} = \frac{1}{Le_P} \frac{d^2 y_P}{dy^2} + \omega \epsilon^{-2} \quad (23)$$

$$-2y \frac{d\theta}{dy} = \frac{d^2 \theta}{dy^2} + \omega \epsilon^{-2} - q_{vap} \gamma_1 y_s^{\frac{2}{3}} \theta^n H \theta - \theta_{vap} \quad (24)$$

$$- q_{dry} \gamma_2 y_s^{\frac{2}{3}} \theta^n H \theta - \theta_{dry} \quad (25)$$

$$2y \frac{dy_s}{dy} = \gamma_1 y_s^{\frac{2}{3}} \theta^n + \gamma_2 y_s^{\frac{2}{3}} \quad (25)$$

که در آن H ، dry و vap به ترتیب تابع هویساید، دمای بدون بعد که عمل خشک شدن ذرات از آن آغاز می شود و دمای بدون بعد که عمل تبخیر ذرات از آن آغاز می شود، می باشند. همانطور که ملاحظه می شود، اثر چند ناحیه ای شدن در

معادله فاز گازی وارد نشده است و عمل خشک شدن ذرات تنها در کم شدن کسر جرمی فاز جامد سوخت وارد می شود. در معادلات فوق متغیرهای q_{dry} و q_{vap} به صورت زیر در نظر گرفته شده اند:

$$q_{vap} = \frac{Q_{vap}}{Q} \quad (26)$$

$$q_{dry} = \frac{Q_{dry}}{Q}$$

همچنین Le_F, Le_P و به ترتیب عدد لوئیس سوخت گازی، عدد لوئیس محصولات و اندازه بی بعد کرنش به صورت زیر می باشند:

$$\epsilon = D_T / L S_L$$

$$Le_F = D_T / D_F \quad (27)$$

$$Le_P = D_T / D_P$$

نرخ بی بعد واکنش نیز به صورت زیر تعریف می شود:

$$\omega = \frac{2\omega_F}{aY_{FC}} = \frac{\beta^2}{2 Le_F + re^{-\alpha\psi} Le_P + \alpha^2\psi} \phi \exp \frac{\beta \theta - 1}{1 + \alpha \theta - 1}$$

که در رابطه فوق:

$$\phi = y_F + re^{-\alpha\psi} - ry_P \exp \frac{-\alpha\psi}{1 + \alpha \theta - 1}$$

زمانی که $\tau = 0$ باشد رابطه فوق به نرخ واکنش حالت غیر برگشت پذیر تبدیل می شود. همچنین در معادلات (۲۲) تا (۲۵)، γ_1 و γ_2 به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\gamma_1 = \frac{9.67 A n_u^{\frac{1}{3}} (T_e - T_u)^n}{a Y_{FC}^{\frac{1}{3}} \rho_u^{\frac{1}{3}} \rho_s^{\frac{2}{3}}}$$

$$\gamma_2 = \frac{9.67 B n_u^{\frac{1}{3}} (T_e - T_u)^n}{a Y_{FC}^{\frac{1}{3}} \rho_u^{\frac{1}{3}} \rho_s^{\frac{2}{3}}}$$

از آنجایی که نرخ تبخیر با افزایش دما افزایش می یابد، در نتیجه انتظار می رود تبخیر در نزدیکی ناحیه واکنش نسبت به نواحی دیگر مقدار قابل ملاحظه تری داشته باشد. در نتیجه فرض می شود به ازاء $1 - \frac{T_e - T_u}{T_u}$ نرخ خشک شدن و تبخیر داده شده در معادلات (۱) و (۲) متناسب با $(T - T_u)^n$ باشد [۸]. شرایط مرزی بدون بعد نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$y \quad \theta = 0, \quad y_F = 0, \quad y_P = 0, \quad y_S = \frac{y_{su}}{Y_{FC}} = \eta$$

$$at \ y = 0 \quad \frac{d\theta}{dy} = \frac{dy_F}{dy} = \frac{dy_P}{dy} = 0, \quad y_S = 0 \quad (28)$$

در این تحلیل فرض می شود q_{vap} و q_{dry} که به ترتیب عبارت است از نسبت حرارت مورد نیاز برای خشک شدن ذرات سوخت به حرارت کل آزاد شده در شعله و نسبت حرارت مورد نیاز برای تبخیر مواد فرار ذرات سوخت به حرارت کل آزاد شده در شعله، دارای مقدار ناچیزی باشد. با این فرض معادلات بی بعد به صورت زیر در می آیند:

$$-2y \frac{dy_F}{dy} = \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dy^2} - \omega \epsilon^{-2} + \gamma_1 y_S^{\frac{2}{3}} \theta^n H \theta - \theta_{vap}$$

$$-2y \frac{dy_P}{dy} = \frac{1}{Le_P} \frac{d^2 y_P}{dy^2} + \omega \epsilon^{-2} \quad (29)$$

$$-2y \frac{d\theta}{dy} = \frac{d^2 \theta}{dy^2} + \omega \epsilon^{-2}$$

$$2y \frac{dy_S}{dy} = \gamma_1 y_S^{\frac{2}{3}} \theta^n H \theta - \theta_{vap} + \gamma_2 y_S^{\frac{2}{3}} \theta^n H \theta - \theta_{dry}$$

۳-۲- شرایط مرزی برای زیر نواحی پیش گرم

در مرز بین زیر ناحیه‌های پیش گرم اول و تبخیر رطوبت مرزی زیر وجود دارد:

$$\begin{aligned} \text{at } Y = Y_{dry} \quad \theta = \theta_d \quad y_s = \eta \\ y_s \quad Y_{dry}^- = y_s \quad Y_{dry}^+ \\ Y = Y_{dry} \quad y_F \quad Y_{dry}^- = y_F \quad Y_{dry}^+ \\ \frac{dy_F}{dY} \quad Y_{dry}^- = \frac{dy_F}{dY} \quad Y_{dry}^+ \end{aligned} \quad (30)$$

شرایط مرزی بالا نشانگر آن است که در آستانه زیر ناحیه تبخیر رطوبت، هیچ پرشی در مقادیر کسر جرمی ذرات و سوخت گازی وجود ندارد. همچنین بعلت وجود پخش جرمی، پرشی در مقدار شیب کسر جرمی سوخت گازی وجود ندارد. شرایط مرزی در آستانه زیر ناحیه پیش گرم دوم بصورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \text{at } Y = Y_{h2} \quad \theta = \theta_{h2} \quad y_s = \alpha' \\ y_s \quad Y_{h2}^- = y_s \quad Y_{h2}^+ \\ Y = Y_{h2} \quad y_F \quad Y_{h2}^- = y_F \quad Y_{h2}^+ \\ \frac{dy_F}{dY} \quad Y_{h2}^- = \frac{dy_F}{dY} \quad Y_{h2}^+ \end{aligned} \quad (31)$$

در نهایت شرایط مرزی در آغاز زیر ناحیه پیرولیز ذرات را می‌توان بشکل زیر در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \text{at } Y = Y_{vap} \quad \theta = \theta_{vap} \quad y_s = \alpha' \\ y_s \quad Y_{vap}^- = y_s \quad Y_{vap}^+ \\ Y = Y_{vap} \quad y_F \quad Y_{vap}^- = y_F \quad Y_{vap}^+ \\ \frac{dy_F}{dY} \quad Y_{vap}^- = \frac{dy_F}{dY} \quad Y_{vap}^+ \end{aligned} \quad (32)$$

با توجه به این فرض که در محل شعله واقع در $y_F = 0$ تمامی سوخت فاز گازی مصرف می‌شود، شرایط مرزی بصورت زیر می‌باشد:

$$\text{at } Y = Y_{-} \quad y_s = y_s, \quad y_F = 0, \quad \theta = \theta \quad (33)$$

۴-۲- حل حدی معادلات بی بعد شده در حالت پایا

در حل محدوده حدی Z_e می‌توان از واکنش شیمیایی بین فاز اکسیدکننده و سوخت گازی در ناحیه پیش گرمایش صرف نظر کرد.

۴-۲-۱- ناحیه پیش گرم $\{ Y | Y_+ < Y < + \}$

در این بررسی فرض می‌شود که این ناحیه شامل ۴ زیر ناحیه به صورت زیر باشد:

الف: زیرناحیه پیش گرم اول $\{ Y | Y_{dry} < Y < + \}$: که در این ناحیه ذرات تا دمای ۱۰۰ درجه سانتیگراد گرم می‌شوند تا آستانه رطوبت فرا رسد. لذا در این زیر ناحیه هیچ تغییری در مقدار کسر جرمی ذرات نخواهیم داشت. در این ناحیه می‌توان کسر جرمی ذرات را ثابت در نظر گرفت. همچنین در این ناحیه مقدار تولید سوخت گازی شکل صفر بوده و کسر جرمی سوخت گازی تنها به دلیل پخش (نفوذ) از زیر ناحیه‌های دیگر می‌باشد. همچنین در این زیر ناحیه ترم‌های پخش و جابجایی در مقایسه با دیگر ترم‌ها بزرگتر می‌باشد.

$$\begin{aligned}
 -2y \frac{dy_F}{dy} &= \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dy^2} \\
 -2y \frac{dy_P}{dy} &= \frac{1}{Le_P} \frac{d^2 y_P}{dy^2} \\
 -2y \frac{d\theta}{dy} &= \frac{d^2 \theta}{dy^2} \\
 2y \frac{dy_S}{dy} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

با حل معادلات فوق به صورت تحلیلی تحت شرایط مرزی مربوطه خواهیم داشت:

$$\theta_1 = 3.467 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{dry}}
 \tag{35}$$

که اندیس ۱ مربوط به زیرناحیه پیش گرم اول می باشد. حل مربوط به سایر معادلات (۳۴) مشابه حل معادله دما خواهد بود.

ب: ناحیه خشک شدن $\{Y|Y_{h_2} < Y < Y_{dry}\}$: در این زیرناحیه رطوبت موجود در داخل ذرات تبخیر می شوند و از وزن ذرات کاسته می شود.

$$\begin{aligned}
 -2y \frac{dy_F}{dy} &= \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dy^2} \\
 -2y \frac{dy_P}{dy} &= \frac{1}{Le_P} \frac{d^2 y_P}{dy^2} \\
 -2y \frac{d\theta}{dy} &= \frac{d^2 \theta}{dy^2} \\
 2y \frac{dy_S}{dy} &= \gamma_2 y_S \frac{2}{3} \theta^n
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

با حل معادله انرژی در این ناحیه تحت شرایط مرزی مربوطه خواهیم داشت:

$$\theta_2 = 2.864 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{dry}} + 1.818 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{h_2}}
 \tag{37}$$

با جایگذاری عبارت فوق در معادله مربوط به کسر جرمی ذرات جامد سوخت و با در نظر گرفتن تغییرات خطی نرخ خشک شدن ذره و تبخیر مواد فرار ذره با دما، تغییرات کسر جرمی ذرات به صورت زیر حاصل می شود:

$$y_{S2} = \left(\frac{y}{y_{h_2}} \frac{\gamma_2}{6y} \left(2.864 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{dry}} + 1.818 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{h_2}} \right) dy \right)^3
 \tag{38}$$

ج: زیرناحیه پیش گرم دوم $\{Y|Y_{vap} < Y < Y_{h_2}\}$: این زیر ناحیه مشابه زیر ناحیه اول می باشد و در آن هیچ تولید سوخت گازی وجود ندارد. کسر جرمی سوخت گازی در این ناحیه به خاطر نفوذ سوخت گازی از ناحیه پایرولایزیز ذرات می باشد و همچنین در طول این ناحیه وزن ذرات مقدار ثابتی را خواهند داشت.

$$\begin{aligned}
 -2y \frac{dy_F}{dy} &= \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dy^2} \\
 -2y \frac{dy_P}{dy} &= \frac{1}{Le_P} \frac{d^2 y_P}{dy^2} \\
 -2y \frac{d\theta}{dy} &= \frac{d^2 \theta}{dy^2} \\
 2y \frac{dy_S}{dy} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

با حل معادلات فوق به صورت تحلیلی تحت شرایط مرزی مربوطه خواهیم داشت:

$$\theta_3 = 3.22 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{h_2}} + 1.716 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{vap}} \quad (40)$$

حل سایر معادلات معادله (۳۹) مشابه معادله دما خواهد بود.

د: زیر ناحیه پایرولایزیز $\{Y|Y^+ < Y < Y_{vap}\}$: این زیر ناحیه یک زیر ناحیه بسیار مهم در ساختار شعله می باشد. همانطور که از نام این زیر ناحیه نیز مشخص است، در این زیرناحیه سوخت گازی از فرآیند پیرولیز ذرات تولید شده و به زیر ناحیه‌های قبلی پخش می شوند. مقدار کسر جرمی ذرات که در انتهای این زیر ناحیه دست نخورده باقی می ماند را می توان محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} -2y \frac{dy_F}{dy} &= \frac{1}{Le_F} \frac{d^2 y_F}{dy^2} + \gamma_1 y_s^{\frac{2}{3}} \theta^n \\ -2y \frac{dy_P}{dy} &= \frac{1}{Le_P} \frac{d^2 y_P}{dy^2} \\ -2y \frac{d\theta}{dy} &= \frac{d^2 \theta}{dy^2} \\ 2y \frac{dy_s}{dy} &= \gamma_1 y_s^{\frac{2}{3}} \theta^n \end{aligned} \quad (41)$$

با حل معادله انرژی در این ناحیه تحت شرایط مرزی مربوطه خواهیم داشت:

$$\theta_4 = 1.98 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{vap}} + 2.61 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y} \quad (42)$$

باجایگذاری عبارت فوق در معادله مربوط به انرژی و با در نظر گرفتن تغییرات خطی نرخ خشک شدن ذره و تبخیر مواد

فرار ذره با دما، تغییرات کسر جرمی ذرات به صورت زیر حاصل می شود:

$$y_{s4} = \left(\frac{\gamma_1}{6y} \left(1.98 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{vap}} + 2.61 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y} \right) dy \right)^3 \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \int_y^\infty 2y_{F4} dy &= \frac{1}{Le_F} \int_y^\infty \frac{dy_{F4}}{dy} - \frac{dy_{F4}}{dy} \Big|_y + \\ &+ \gamma_1 \int_y^\infty \frac{\gamma_1}{6y} 1.98 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{vap}} \\ &+ 2.61 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y} dy \quad 1.98 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y_{vap}} + 2.61 \frac{1 - \operatorname{erf} y}{1 - \operatorname{erf} y} dy \end{aligned} \quad (44)$$

در این زیرناحیه بر خلاف زیرناحیه دوم، حل معادله کسر جرمی سوخت در فاز گازی مستلزم حل معادله انرژی و یافتن توزیع دما و جایگذاری آن در معادله کسر جرمی ذرات جامد سوخت و نهایتاً یافتن توزیع کسر جرمی می باشد که پس از انجام محاسبات مربوطه با توجه به شرایط مرزی استفاده و این فرض که کسر جرمی سوخت گازی شکل در ناحیه واکنش صفر می باشد به صورت زیر حاصل می شود:

در ناحیه پس از شعله فرض می شود که تمامی ذرات درست قبل از ناحیه واکنش تبخیر شده باشند و همچنین باصرف

نظر از ترم های واکنش و تبخیر به دست می آید:

$$\left(\frac{d\theta}{dy} \right)_{y-} = \left(\frac{dy_F}{dy} \right)_{y-} = 0 \quad (45)$$

در عرض ناحیه واکنش در موقعیت شعله با انتگرال گیری از معادلات (۵۶) و (۵۸) در کل ناحیه واکنش می توان

به شرط تطبیق بصورت زیر دست یافت:

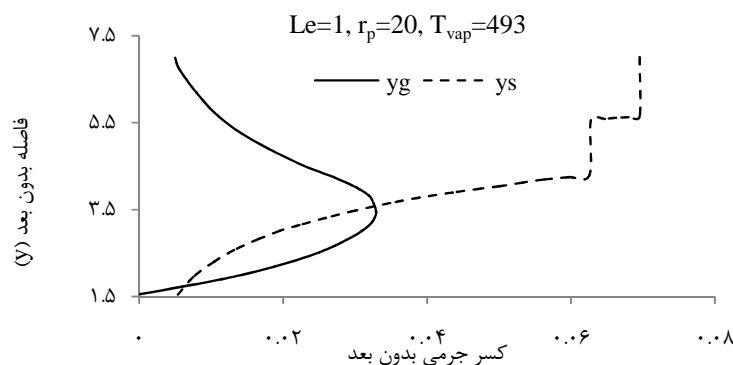
$$\left(\frac{d\theta}{dy}\right)_{y+} + \frac{1}{Le} \left(\frac{dy_F}{dy}\right)_{y+} = \left(\frac{d\theta}{dy}\right)_{y-} + \frac{1}{Le} \left(\frac{dy_F}{dy}\right)_{y-} \quad (46)$$

که زیرنویس های + و - به ترتیب بیانگر شرایط در مرز مشترک ناحیه پیش گرمایش و ناحیه پس از شعله می باشند.

۳- بحث و بررسی نتایج

برای اهداف نشان داده شده فرض بر این است گاز های موجود در سوخت که از ذرات سوخت خارج می شوند، متان می باشند و مقادیر A, B, ρ_u , s_u و T_u به ترتیب $\frac{kg}{m^3}$, $\frac{kg}{m^2Ks}$, 1.4×10^{-5} , 3.4×10^{-5} , $3.9 \times 10^9 m^{-3}$ ، $1.135 \frac{kg}{m^3}$ ، $1000 \frac{kg}{m^3}$ و $300K$ می باشند. همچنین $T_e = 1376 K$ ، $C = 0.33 \frac{cal}{gK} = 1386 \frac{kJ}{kgK}$ ، $Y_{FC} = 26.6$ بر مبنای $u = 1$ و $\rho_u = 20 \mu m$ انتخاب گردیده اند [مرجع ۶ و ۸] که u میزان سوخت در دسترس و ρ_u شعاع ذرات سوخت در ناحیه دور نسوخته می باشند. مقدار γ با استفاده از سعی و خطا حاصل می شود. به عنوان مثال مقدار حدس زده شده، در معادله (۴۲) جایگذاری شده و پاسخ آن در معادله (۴۳) قرار داد شده و این معادله به صورت عددی حل میگردد تا ترم اول در معادله (۴۴) حاصل شود و در صورتی که این مقدار در معادله (۴۶) صدق کند، مکان شعله مورد نظر خواهد بود. محل شعله در اینجا در $\gamma = 1.54$ قرار دارد و بدین ترتیب تمامی معادلات به صورت تابعی از γ حاصل می شوند. با حل معادلات حاصله مربوط به Y_F ، Y_S و γ مربوط به چهار زیرناحیه بخش پیش گرم، کسر جرمی سوخت گازی شکل و کسر جرمی ذرات جامد سوخت به صورت تابعی از فاصله بدون بعد حاصل می شوند.

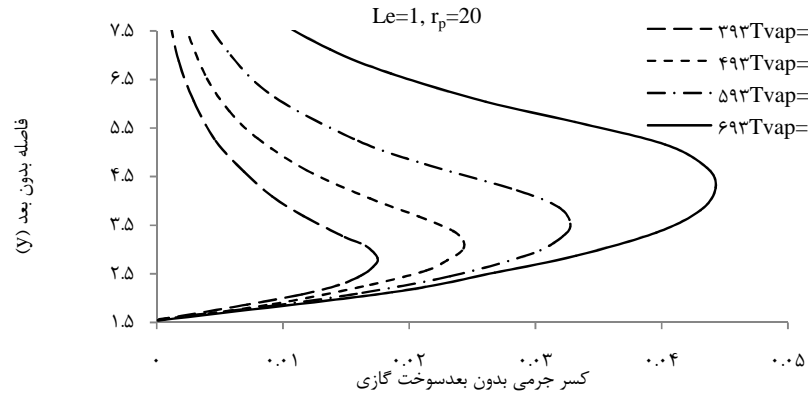
در شکل (۳) کسر جرمی سوخت گازی تولید شده (Y_F) در ناحیه پیش گرمایش که خود شامل چهار زیرناحیه می باشد و کسر جرمی ذرات ارگانیک (Y_S) بر حسب فاصله بدون بعد از شعله برای ذرات با درصد رطوبت ۲۰٪، در یک نمودار رسم شده است. از روی نمودار مربوط به کسر جرمی ذرات ارگانیک می توان محل آغاز هر یک از چهار زیر ناحیه موجود در ساختار شعله را مشاهده نمود. همچنین با توجه به نمودار کسر جرمی سوخت گازی مشاهده می شود بیشترین مقدار این پارامتر در ناحیه پیرولیز می باشد. نکته قابل توجه اینکه در نواحی غیر از پیرولیز ذرات، تولید سوخت گازی وجود نداشته و فقط سوخت گازی به علت مکانیزم پخش (نفوذ) به این نواحی وارد می شود.



شکل ۳ - تغییرات کسر جرمی برای سوخت گازی و ذرات بر حسب فاصله بی بعد از شعله

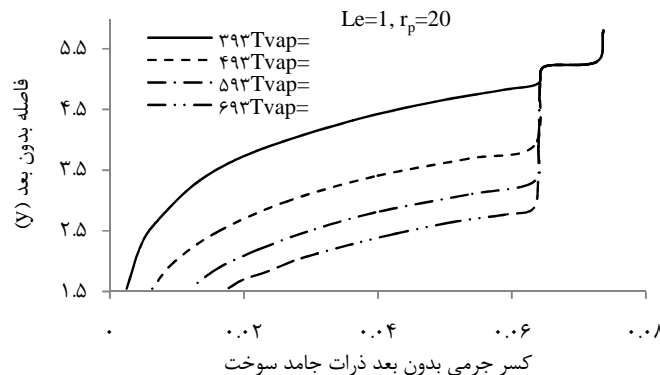
دمای آغاز فرآیند پیرولیز یکی از پارامترهای مهم در بررسی رفتار شعله ذرات ارگانیک می باشد. با توجه به شکل (۴) مشاهده می شود با کاهش دمای آغاز فرآیند پیرولیز ذرات کسر جرمی سوخت گازی تولیدی در فرآیند پیرولیز، افزایش می یابد.

در حقیقت با کاهش دمای آغاز پیرولیز، آستانه پیرولیز زودتر اتفاق می‌افتد که این موضوع از شکل (۵) نیز قابل مشاهده می‌باشد.



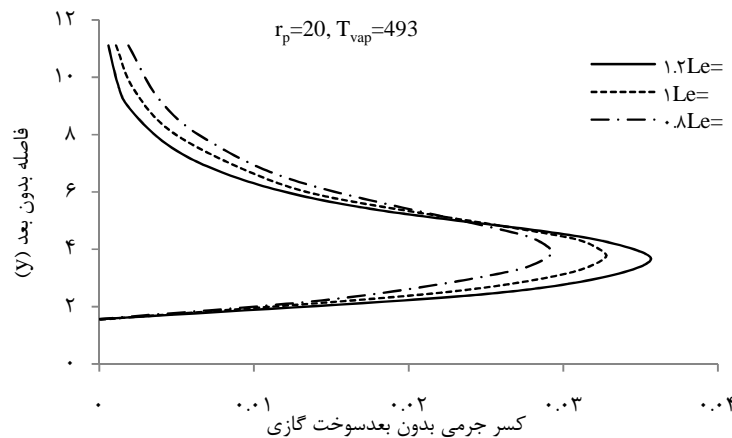
شکل ۴- تغییرات کسر جرمی سوخت گازی بر حسب فاصله بی‌بعد برای دمای پیرولیز مختلف

همچنین در شکل (۵) مشاهده می‌شود که با پیشروی در طول فرآیند از ناحیه بالادست نسوخته به سمت پایین دست (محل شعله)، میزان کسر جرمی ذره جامد سوخت کاهش می‌یابد. نکته قابل توجه اینکه، افزایش دمای آغاز فرآیند تبخیر، موجب کاهش قابل توجه سرعت سوزش می‌شود، زیرا دمای بالاتری برای شروع فرآیند تبخیر مورد نیاز است و بنابراین شروع فرآیند تبخیر به ناحیه واکنش نزدیکتر خواهد شد و از این روی زمان کافی برای تبخیر مواد فرار ذره وجود ندارد که این امر موجب کاهش سرعت سوزش خواهد شد.



شکل ۵- تغییرات کسر جرمی ذرات جامد سوخت ارگانیک بر حسب فاصله بی‌بعد برای دمای پیرولیز مختلف.

تغییرات عدد لوئیس (نسبت پخش حرارت به پخش جرم) تاثیر بسیار زیادی بر روی سرعت سوزش دارد، بدین صورت که با افزایش عدد لوئیس، پخش حرارت افزایش یافته و سرعت سوزش را افزایش می‌دهد. عدد لوئیس تاثیر دوگانه‌ای در کسر جرمی سوخت گازی دارد. از یک سوی افزایش عدد لوئیس به دلیل افزایش پخش حرارت، فرآیند پیرولیز را سرعت می‌بخشد و از سوی دیگر افزایش عدد لوئیس پخش جرمی را کاهش داده و باعث می‌شود کسر جرمی سوخت گازی در دور از ناحیه پیرولیز کاهش یابد که این امر را می‌توان در شکل (۶) مشاهده نمود.



شکل ۶- تغییرات کسر جرمی سوخت گازی بر حسب فاصله بی بعد برای عدد لوئیس مختلف

۴- نتیجه گیری

در این مطالعه ساختار متقارن احتراق ابر ذرات ارگانیک لایکوپودیم در هندسه جریان متقابل به طور تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت. اثرات تقسیم کردن ناحیه پیش گرمایش به چهار زیرناحیه و همچنین اثر عدد لوئیس و دمای آغاز پیرولیز ذرات بر کسر جرمی سوخت گازی تولید شده در ناحیه پیش گرمایش مورد بررسی واقع گردید. نتایج مسئله حکایت از آن دارند که با کاهش دمای آغاز فرایند پیرولیز ذرات کسر جرمی سوخت گازی تولیدی در فرایند پیرولیز، افزایش می یابند و همچنین عدد لوئیس تاثیر دوگانه ای در کسر جرمی سوخت گازی دارد که از یک طرف با افزایش عدد لوئیس منجر به افزایش پخش حرارت شده و فرایند پیرولیز را سرعت می بخشد و از طرف دیگر افزایش عدد لوئیس پخش جرمی را کاهش داده و باعث کاهش کسر جرمی سوخت گازی در دور از ناحیه پیرولیز می شود.

مراجع

1. Buckmaster, J.D., "The effects of radiation on stretched flames", Combust. Theory Model. 1 (1997), pp. 1-11.
2. Ju, Y., "Flame bifurcations and flammable regions of radiative counterflow premixed flames with general Lewis numbers", Combust and Flame, Vol. 113, pp. 603-614, 1998.
3. Guo, H., Ju, Y., Maruta, K., Niioka, T., and Liu, F., "Radiation extinction limit of counterflow premixed lean methane-air flames", Combust and Flame, Vol. 109, pp. 639-646, 1997.
4. Ju, Y., and Xue, Y., "Extinction and flame bifurcations of stretched dimethyl ether premixed flames" Proc. Combust. Inst, Vol. 30, pp. 295-301, 2005.
5. Ju, Y., Liu, F., and Guo, H., "Effects of the Lewis number and radiative heat-loss on the bifurcation and extinction of CH_4/O_2-N_2-He flames", J. Fluid Mechan, Vol. 379, pp. 165-190, 1999.
6. Daou, J., "Strained premixed flames: Effect of heat-loss, preferential diffusion and reversibility of the reaction", Combustion Theory and Modelling, Vol. 15, No. 4, pp. 437-454, 2011.
7. Joulin, A., and Eudier, M., "Radiation-dominated propagation and extinction of slow, particle-laden gaseous flames", Twenty-Second Symposium (International) on Combustion, Pittsburgh, , pp. 1579-1585, 1988.
8. Seshadri, K., Berlad, A. L., and Tangirala, V., "The Structure of Premixed Particle-Cloud Flames", Combustion and Flame, Vol. 89, pp. 333-342, 1992.
9. Mason, W. E., and Wilson, M. J. G., "Laminar Flames of Lycopodium Dust in Air", Combustion and Flame, Vol. 11, pp. 195-200, 1967.
10. Haghiri, A., Bidabadi, M., "Modeling of laminar flame propagation through organic dust cloud with thermal radiation effect", International Journal of Thermal Sciences, Vol. 49, No. 8, pp. 1446-1456, 2010.